Étudier l'équilibre d'un mécanisme

Table des matières

I Remarques préliminaires

1. Définitions

Équilibre

Az Définition

Un mouvement nul est appelé **équilibre**.

La **Statique** s'intéresse aux états d'équilibre.

Système matériel

Az Définition

Un ensemble d'objets réels (solides, fluides) peut être appelé **système matériel**.

2. Référentiel galiléen

Un espace-temps, ou **référentiel**, peut être défini comme l'association d'un **repère** à trois dimensions (longueurs en mètre) et d'une **chronologie** (temps en seconde).

Les repères suivants peuvent être considérés comme galiléens :

- Le **repère** de Copernic ou **héliocentrique**, utilisé par exemple pour l'étude des fusées interplanétaires.
    - centre : centre d'inertie du système solaire
    - directions : trois directions stellaires
- Le **repère géocentrique**, utilisé par exemple pour l'étude des satellites au voisinage de la Terre, ou de systèmes sur de longues durées (cf. pendule de Foucault).
    - centre : centre d'inertie de la Terre
    - directions : trois directions stellaires
- Un **repère terrestre**, utilisé pour l'étude de systèmes proches de la surface terrestre.

Tout repère en **translation rectiligne uniforme** par rapport à un repère galiléen, est lui-même galiléen.

3. Isolement d'un système matériel

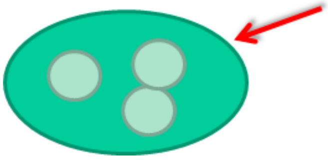
Fondamental

Afin d'étudier les actions mécaniques relatives à un système matériel E quelconque, il est nécessaire de l'**isoler**, c'est-à-dire de le rendre **distinct de son environnement** :

- décrire E revient à détailler les éléments de E
- décrire $\bar{E}$ revient à lister les éléments extérieurs à E (ayant une influence sur son comportement).

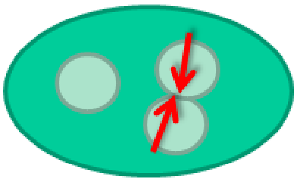
Actions mécaniques extérieures et intérieures

Az Définition



Effort extérieur

- Une action mécanique **extérieure** à un système E est exercée par un des éléments de $\bar{E}$ sur un des éléments de E.



Efforts intérieurs

- Une action mécanique **intérieure** à un système E est exercée par un des éléments de E sur un autre élément de E.

II Principe Fondamental de la Statique

1. Définition générale

Équilibre d'un système matériel quelconque

Az Définition

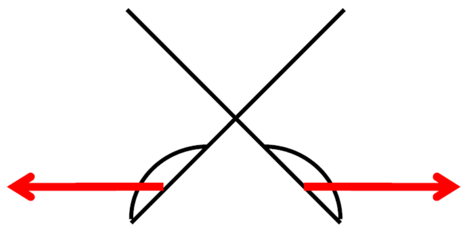
Pour qu'un système matériel E soit en équilibre par rapport à un référentiel galiléen, il faut que le torseur des actions mécaniques extérieures à E soit nul à chaque instant.

$$\left\{\mathcal{F}(\bar{E} \to E)\right\} = \{0\}$$

⚠ Attention

La réciproque est fausse ! Ce n'est pas parce que le torseur des actions mécaniques extérieures à un système est nul que ce système est en équilibre.

Un exemple simple : la paire de ciseaux.



Exemple réciproque du PFS

2. Théorèmes

En détaillant les éléments de réduction du torseur des actions mécaniques extérieures, on obtient ce qui est encore souvent appelé les "théorèmes généraux" de la Statique.

Théorème de la Résultante Statique (TRS)

Az Définition

E est en équilibre par rapport à R_g implique que la résultante des actions mécaniques extérieures est nulle :

$$\overrightarrow{R(\bar{E} \to E)} = \vec{0}$$

Théorème du Moment Statique (TMS)

Az Définition

E est en équilibre par rapport à R_g implique que le moment des actions mécaniques (exprimé en n'importe quel point, ici A) est nul :

$$\overrightarrow{\mathcal{M}_A(\bar{E} \rightarrow E)} = \vec{0}$$

Remarque

En projetant ces deux théorèmes sur les trois axes d'un repère orthonormé, on obtient **six** équations scalaires.

Théorème des actions mutuelles (ou réciproques)

Az Définition

Si un système E_1 exerce une action mécanique sur E_2, alors celle qu'exerce E_2 sur E_1 est opposée.

Démonstration du théorème des actions mutuelles

Complément

1. $\left\{\mathcal{F}(\bar{E} \rightarrow E)\right\} = \left\{\mathcal{F}(\bar{E} \rightarrow E_1)\right\} + \left\{\mathcal{F}(\bar{E} \rightarrow E_2)\right\} = \{0\}$
2. $\left\{\mathcal{F}(\bar{E}_1 \rightarrow E_1)\right\} = \{\mathcal{F}(E_2 \rightarrow E_1)\} + \left\{\mathcal{F}(\bar{E} \rightarrow E_1)\right\} = \{0\}$
3. $\left\{\mathcal{F}(\bar{E}_2 \rightarrow E_2)\right\} = \{\mathcal{F}(E_1 \rightarrow E_2)\} + \left\{\mathcal{F}(\bar{E} \rightarrow E_2)\right\} = \{0\}$

1 - 2 - 3 donne : $\{\mathcal{F}(E_2 \rightarrow E_1)\} + \{\mathcal{F}(E_1 \rightarrow E_2)\} = \{0\}$

III Méthodologie de résolution

1. Problématique et hypothèses de départ

1.1. Problématique

⚠ Attention

Plusieurs objectifs différents peuvent apparaître ; ne pas les perdre de vue afin de mener l'étude de manière efficace.

a) Un objectif : relier des inconnues de liaison aux données ...

Il s'agira alors de déterminer les composantes des actions mécaniques de liaison **en fonction** :

- des **actions mécaniques extérieures** au mécanisme (A.M. d'entrée ou de sortie) **données par l'énoncé**
- et de la **géométrie** du mécanisme.

Remarque

1. Si toutes les composantes sont déterminées alors le mécanisme (sa modélisation) est **isostatique**.
2. Si certaines composantes ne sont pas déterminées alors le mécanisme (sa modélisation) est **hyperstatique**.

b) Autre objectif : obtenir une loi entrée-sortie du point de vue des efforts

L'objectif peut être aussi de déterminer la ou (les) relation(s) entre les actions mécaniques extérieures au système, et les paramètres géométriques définissant la position d'équilibre du mécanisme.

Remarque

On définit ainsi la ou les **mobilités** attendues du mécanisme (loi(s) **entrée-sortie** du point de vue des actions mécaniques).

1.2. Hypothèses

Les **hypothèses** faites au départ doivent être examinées avec soin :

- solides indéformables
- liaisons parfaites ou non
- problème spatial ou problème plan
- ...

Ne pas oublier les simplifications proposées par l'énoncé dans la suite de l'étude !

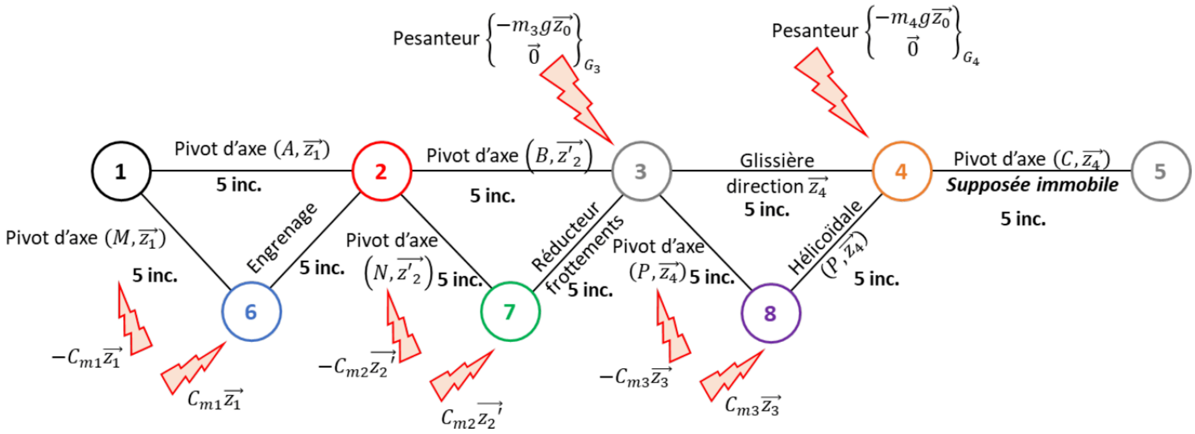
2. Inventaire du milieu environnant

Il s'agit de faire la **liste exhaustive** de tous les éléments **extérieurs** au système en relation avec lui.

Fondamental

S'il n'est pas disponible dans l'énoncé, **tracer un graphe des liaisons "enrichi"** (ou graphe de structure). Cela a plusieurs avantages :

- cela permet facilement (et rapidement) de faire l'inventaire des solides en contact : à chaque contact correspondent des actions mécaniques transmises par les liaisons,
- les actions mécaniques exercées à distance, ou d'autres supplémentaires (couples moteur, ressort) **doivent être ajoutées au graphe** et représentées par des vecteurs



Remarque

Pour les liaisons parfaites, on connaît la forme de leur torseur des actions mécaniques transmissibles.

Conseil

Ne pas chercher à ce stade de l'étude à modéliser **systématiquement** les actions mécaniques appliquées par ces éléments extérieurs (c'est-à-dire à écrire leur torseur de manière détaillée) !

3. Décompte du nombre d'inconnues et du nombre d'équations

Deux objectifs correspondent à cette étape :

- se faire une **opinion** sur la faisabilité de la résolution (nombre d'équations et nombre d'inconnues)
- localiser les **inconnues recherchées** et **celles que l'on veut éviter** pour résoudre rapidement le problème

3.1. Équations

En traduisant l'équilibre de **n** solides ou groupe de solides du système, on obtient **au maximum** :

- **6n** équations scalaires (modélisation spatiale)
- **3n** équations scalaires (*modélisation plane* *(cf. p.19)*)

Remarque

Parfois, certaines des équations ne seront pas utiles (par exemple $0 = 0$).

Nombre d'isolements indépendants possibles

Fondamental

Le nombre d'isolements indépendants qu'il est possible d'effectuer, donc le nombre de traductions d'équilibre qu'il est possible d'écrire, est égal au **nombre de classes d'équivalence du mécanisme sans le bâti**. En effet, **il n'est pas possible d'isoler le bâti** afin de déterminer toutes les actions mécaniques extérieures qu'il subit.

En revanche, on n'est pas du tout obligé d'isoler les classes d'équivalence seules à chaque fois : on peut les regrouper.

Mécanisme à 3 classes d'équivalence en plus du bâti

Exemple

Soit un mécanisme modélisé par 3 classes d'équivalence **1**,**2** et **3** en plus du bâti **0**.

Les isolements indépendants possibles (donc le nombre d'application du PFS possibles) sont au nombre de 3 mais chacun des trois peut être :

- 1 ou 2 ou 3 seul
- 1+2 ou 1+3 ou 2+3
- 1+2+3

On évitera évidemment les redondances : on ne vas pas isoler 1+2 si l'on a déjà isolé 1 puis 2 précédemment.

3.2. Inconnues

Inconnues de liaison

Chaque liaison du mécanisme apporte plus ou moins d'inconnues (composantes d'actions mécaniques transmissibles).

Liaisons avec frottement

⚠ Attention

La présence de frottement au sein des liaisons fait apparaître certaines composantes dans les torseurs d'actions mécaniques transmissibles, mais ce ne sont pas forcément des inconnues, car :

- en utilisant les lois de Coulomb pour le frottement sec, la composante tangentielle T pourra être remplacée par $f \cdot N$, et N sera une inconnue déjà comptabilisée
- la direction et le signe de la composante tangentielle T seront connus car déterminés grâce à la vitesse de glissement (effective ou potentielle)

Inconnues supplémentaires apportées par l'énoncé

L'énoncé peut donner d'autres inconnues (généralement recherchées), comme un couple moteur C, ou spécifier que certaines inconnues correspondent à un paramètre que l'on peut faire varier (masse d'un objet, par exemple).

4. Résolution effective

Quel théorème du PFS appliquer ?

Fondamental

Souvenons-nous de la relation de Varignon :

$$\overrightarrow{\mathcal{M}_B} = \overrightarrow{\mathcal{M}_A} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{R}$$

Si une inconnue recherchée est une **composante de résultante**, alors on pourra l'obtenir par application :

- du **TRS** : elle sera alors exprimée en fonction d'autres composantes de résultante (inconnues ou pas)
- **ou** du **TMS** en un point (cf. Varignon) : elle sera alors exprimée en fonction de composantes de moment (inconnues ou pas), et de paramètres géométriques.

Si une inconnue recherchée est une **composante de moment**, **on ne pourra l'obtenir que par application du TMS en un point** (car le TRS ne fait pas intervenir de moment).

Elle sera alors exprimée en fonction (cf. Varignon) :

- d'autres composantes de moment (inconnues ou pas)
- de composantes de résultante (inconnues ou pas)
- et de paramètres géométriques.

Méthode

Une fois la stratégie de résolution choisie et mise en place, il faut pour chaque système isolé :

1. faire le **B**ilan des **A**ctions **M**écaniques **E**xtérieures (**BAME**) en écrivant pour chacune le torseur d'efforts en son point d'application
2. relier ces torseurs par une application du **P**rincipe **F**ondamental de la **S**tatique (**PFS**) en veillant à choisir si nécessaire un point commun d'expression des moments (et appliquer Varignon si nécessaire)

3. projeter sur les directions ou axes **nécessaires à la résolution** afin d'obtenir des équations scalaires
4. résoudre les équations choisies.

Systèmes soumis à deux glisseurs

Remarque

Chercher les *systèmes soumis à deux glisseurs* *(cf. p.14)* permet d'identifier à chaque fois une direction d'effort et de supprimer des composantes d'actions mécaniques inconnues.

IV Exercice : Application du PFS dans le cas spatial simple : console portante

Détermination des efforts dans les liaisons de la console avec le quai

On s'intéresse à un système de console portante de bateau, destinée à mettre les bateaux à l'eau ou à les en retirer à partir d'un quai dans les ports de plaisance.

On donne ci-dessous la modélisation sous forme de schéma d'architecture, ainsi qu'un extrait de cahier des charges.

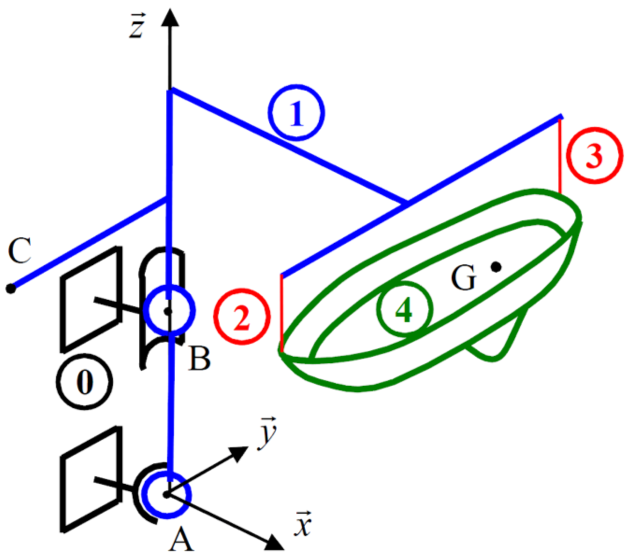
Fonction	Critère	Niveau
FS4	Effort longitudinal sur la tige du vérin	10000N maxi

La console **1** est en liaison avec le quai **0** par l'intermédiaire d'une liaison rotule de centre A et d'une liaison sphère-cylindre (i.e. linéaire annulaire) d'axe $(B, \vec{z})$.

Cette solution permet de faire pivoter la console autour de l'axe $(B, \vec{z})$ à l'aide d'un vérin dont la tige est attachée au point C. Ce vérin fonctionne uniquement lors de la mise à l'eau du bateau.

Le bateau **4**, de centre de gravité G et de masse m, est suspendu à la console par deux câbles tendus **2** et **3**.

La masse de la console et celle des câbles sont négligées par rapport à celle du bateau. Toutes les liaisons sont parfaites.



Coordonnées des points : $B(0, 0, z_B)$, $C(0, -y_C, z_C)$ et $G(x_G, y_G, z_G)$.

Données numériques : $z_B = 4m$, $y_C = 4m$, $z_C = 6m$, $x_G = 6m$, $y_G = 2m$ et $z_G = 6m$.

Effort dû au vent : $F_{vent \to 4} = 15000N$.

Question 1

Donner la forme du torseur d'actions mécaniques transmissibles de la liaison en A.

Question 2

Donner la forme du torseur d'actions mécaniques transmissibles de la liaison en B.

Question 3

Déterminer les inconnues de liaisons en A et en B.

Relation entre l'effort du vent et l'effort que doit appliquer le vérin

On prend en compte à présent l'action du vent sur le bateau, qui est modélisée par une force $\overrightarrow{F_{vent \to 4}} = -F_{vent \to 4}.\vec{y}$.

Afin d'éviter que le portique ne tourne, le vérin exerce un effort $\overrightarrow{F_{verin \to 1}} = F_{verin \to 1}.\vec{x}$ au point C.

Question 4

Déterminer l'expression de $F_{verin \to 1}$

Question 5

Faire l'application numérique, et conclure vis-à-vis du cahier des charges.

V Équilibres particuliers

1. Système soumis à l'action de deux glisseurs

1.1. Définition

Az Définition

Si un système est en équilibre dans un référentiel galiléen sous l'action de **deux glisseurs**, alors ces deux glisseurs sont **opposés**.

⚠ Attention

La réciproque est bien entendu fausse !

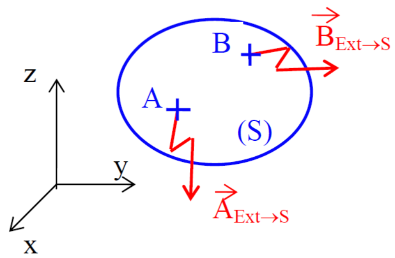
Démonstration

⊕ Complément

$$\{\mathcal{F}_A(Ext/S)\} = \underset{A}{\left\{ \begin{matrix} \overrightarrow{A_{Ext/S}} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}}$$

et

$$\{\mathcal{F}_B(Ext/S)\} = \underset{B}{\left\{ \begin{matrix} \overrightarrow{B_{Ext/S}} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}}$$



Solide soumis à deux glisseurs

Pour que **S** soit à l'équilibre, il faut que :

1. $\overrightarrow{A_{Ext/S}} + \overrightarrow{B_{Ext/S}} = \vec{0}$
2. $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{B_{Ext/S}} = \vec{0}$, c'est-à-dire que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{B_{Ext/S}}$ soient colinéaires

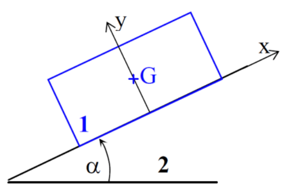
Ainsi : $\overrightarrow{B_{Ext/S}}$ passe par A, et $\overrightarrow{A_{Ext/S}}$ est opposé à $\overrightarrow{B_{Ext/S}}$, donc passe par B.

1.2. Exemple

Solide sur un plan incliné

On suppose l'action de **2** sur **1** modélisable par un glisseur.

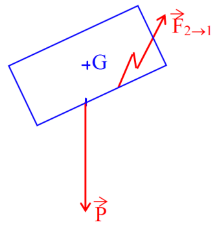
L'objectif est de déterminer le coefficient de frottement minimal pour que **1** reste en équilibre.



Solide sur plan incliné

Bilan des actions mécaniques extérieures au solide isolé **1** :

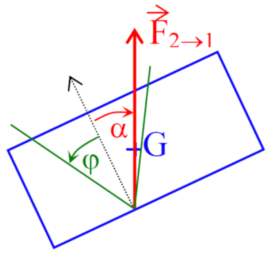
- poids de **1** modélisable par un glisseur $\vec{P}$ passant par G (centre de gravité de **1**)
- action de contact de 2 sur 1 modélisable par un glisseur $\overrightarrow{F_{2\to 1}}$ (cf. hypothèse de départ), appliqué en un point inconnu



Solide soumis à deux glisseurs

Pour que **1** reste en équilibre, il faut que ces deux glisseurs soient opposés : $\overrightarrow{F_{2\to 1}}$ est donc vertical et passe par G.

Conclusions supplémentaires grâce aux lois de Coulomb ⊕ Complément



Solide soumis à deux glisseurs

Selon les lois de Coulomb, pour que **1** reste en équilibre, il faut qu'il y ait **adhérence** entre **1** et **2**, donc que $\overrightarrow{F_{2\to 1}}$ reste à l'intérieur du cône de frottement.

Ainsi, pour que **1** reste en équilibre, il faut que $\alpha < \varphi$.

2. Système soumis à l'action de trois glisseurs

2.1. Définition

Az Définition

Si un système est en équilibre dans un référentiel galiléen sous l'action de **trois** glisseurs, alors :

1. les trois axes centraux (**supports**) sont **coplanaires**,
2. les trois glisseurs sont **soit parallèles**, **soit concourants**.

⚠ Attention

Ce théorème est surtout utile en résolution graphique.

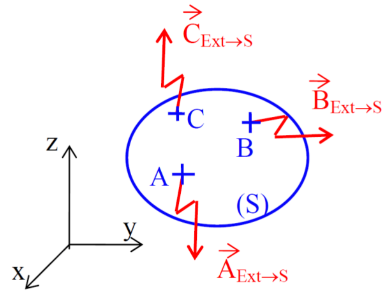
Démonstration

⊕ Complément

$$\{\mathcal{F}_A(Ext/S)\} = {}_{A}\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{A_{Ext/S}}\\ \vec{0}\end{matrix}\right\},$$

$$\{\mathcal{F}_B(Ext/S)\} = {}_{B}\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{B_{Ext/S}}\\ \vec{0}\end{matrix}\right\} \text{ et}$$

$$\{\mathcal{F}_C(Ext/S)\} = {}_{C}\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{C_{Ext/S}}\\ \vec{0}\end{matrix}\right\}$$



Solide soumis à trois glisseurs

Pour que S soit à l'équilibre, il faut que :

1. $\overrightarrow{A_{Ext/S}} + \overrightarrow{B_{Ext/S}} + \overrightarrow{C_{Ext/S}} = \vec{0}$
2. $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{B_{Ext/S}} + \overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{C_{Ext/S}} = \vec{0}$

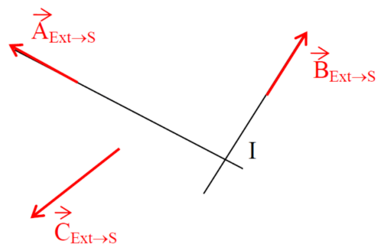
Soit $\vec{X} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{B_{Ext/S}}$, donc perpendiculaire à $\overrightarrow{AB}$ et perpendiculaire à $\overrightarrow{B_{Ext/S}}$, donc perpendiculaire au plan P_1 contenant A, B et $\overrightarrow{B_{Ext/S}}$.

Soit $\vec{Y} = \overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{C_{Ext/S}}$, donc perpendiculaire à $\overrightarrow{AC}$ et perpendiculaire à $\overrightarrow{C_{Ext/S}}$, donc perpendiculaire au plan P_2 contenant A, C et $\overrightarrow{C_{Ext/S}}$.

D'après l'équation 2, $\vec{X}$ et $\vec{Y}$ sont colinéaires, donc les plans P_1 et P_2 ont une normale commune et un point commun A : ils sont donc confondus.

Ainsi $\overrightarrow{B_{Ext/S}}$ et $\overrightarrow{C_{Ext/S}}$ appartiennent au même plan $P_1 = P_2 = P$.

L'équation 1 permet d'écrire alors que $\overrightarrow{A_{Ext/S}}$ appartient à P: les trois glisseurs sont donc **coplanaires**.



Intersection des trois glisseurs

Soit I l'intersection de $\overrightarrow{A_{Ext/S}}$ et de $\overrightarrow{B_{Ext/S}}$, si elle existe.

On a $\overrightarrow{\mathcal{M}_I(\vec{A}_{Ext\to S})} = \vec{0}$ et $\overrightarrow{\mathcal{M}_I(\vec{B}_{Ext\to S})} = \vec{0}$

Pour que S soit à l'équilibre, il faut que $\overrightarrow{\mathcal{M}_I(\vec{A}_{Ext\to S})} + \overrightarrow{\mathcal{M}_I(\vec{B}_{Ext\to S})} + \overrightarrow{\mathcal{M}_I(\vec{C}_{Ext\to S})} = \vec{0}$, on a donc $\overrightarrow{\mathcal{M}_I(\vec{C}_{Ext\to S})} = \vec{0}$.

$\vec{C}_{Ext\to S}$ passe donc par I; les trois glisseurs sont donc **concourants**.

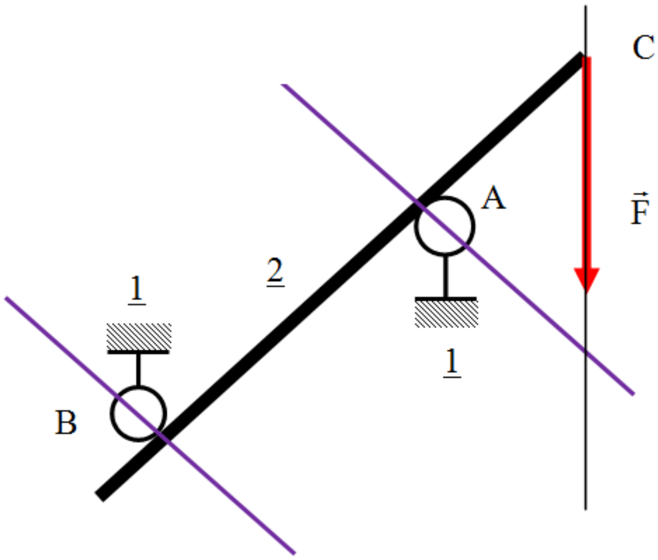
Si I n'existe pas, alors $\vec{A}_{Ext\to S}$ est parallèle à $\vec{B}_{Ext\to S}$.

Pour que S soit à l'équilibre, il faut que la somme des trois glisseurs soit nulle, donc $\overrightarrow{C}_{Ext \to S}$ est parallèle aux deux autres glisseurs : les trois glisseurs sont alors **parallèles**.

2.2. Exemple

S'il n'y a pas de frottement en A et en B, les actions mécaniques transmissibles par les ponctuelles (donc des glisseurs) sont perpendiculaires à (AB).

En considérant un troisième glisseur $\vec{F}$ appliqué en C, on constate que l'**équilibre est impossible**, car les trois glisseurs ne peuvent être ni concourants, ni parallèles.



3. Arc-boutement

3.1. Arc-boutement

Az Définition

On appelle **arc-boutement** le phénomène issu du **frottement**, pour lequel un équilibre subsiste indépendamment de l'intensité de l'effort qui tend à le rompre.

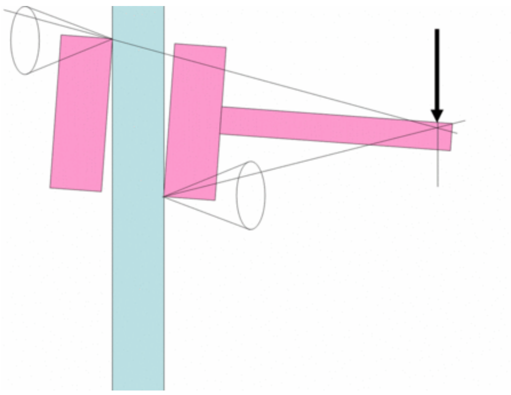


Illustration simple de l'arc-boutement

Un exemple de la vie courante est le serre-joint (notamment utilisé en maçonnerie) mais on retrouve également ce phénomène dans les roues libres.

4. Coincement

Az Définition

On appelle **coincement** le phénomène issu du **frottement**, pour lequel un équilibre persiste sous des actions mécaniques **indéterminées** alors même que la cause de l'équilibre a disparu.

Remarque

Il faut donc dépenser de l'énergie pour supprimer le coincement de l'objet, ce qui n'est pas le cas pour l'arc-boutement.

VI Cas d'un problème plan

1. Conditions d'étude dans un plan

Az Définition

On peut **ramener** l'étude des conditions d'équilibre d'un mécanisme **dans un plan** si les **deux conditions** suivantes sont remplies :

1. le mécanisme dispose d'un **plan de symétrie** pour sa **géométrie** et la **répartition de ses masses**
2. les **actions mécaniques** présentent une répartition **symétrique** de part et d'autre du plan

Fondamental

Si le problème est plan :

- pour la **résultante des** torseurs, seules les composantes **dans le plan** seront prises en compte
- pour le **moment** des torseurs, seule la composante **normale au plan** sera prise en compte

Exemple

Avec un plan d'étude $(\vec{x}, \vec{y})$, la forme des torseurs d'actions mécaniques sera la suivante :

$$\{\mathcal{F}_{1\to2}\} = {}_A\left\{\begin{matrix} X_{12}\,\vec{x} + Y_{12}\,\vec{y} \\ N_{12}\,\vec{z} \end{matrix}\right\} = {}_A\left\{\begin{matrix} X_{12} & - \\ Y_{12} & - \\ - & N_{12} \end{matrix}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

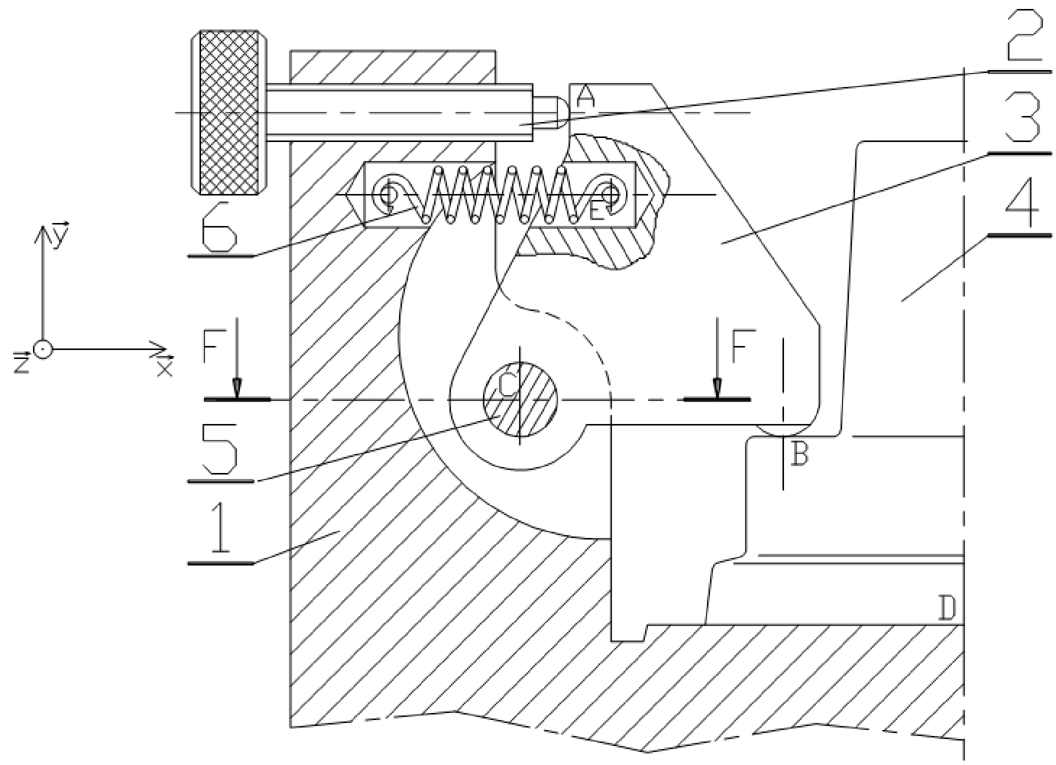
2. Exercice : Conditions d'équilibre exprimées dans le plan (sans frottement)

Bride de serrage

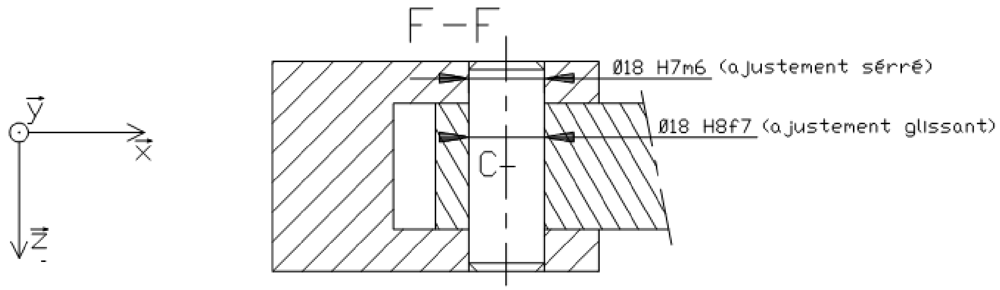
Le dispositif proposé fait partie d'un montage d'usinage. La pièce à usiner (4) est bridée en B (contact ponctuel: sphère sur plan) par l'intermédiaire d'un renvoi (3). Celui-ci est articulé (liaison pivot) en C sur un axe cylindrique (5) solidaire du bâti (1). Le serrage de la vis de pression (2) agit en A sur le renvoi. Le ressort (6) fait fonction de ressort de rappel.

Trois dispositifs identiques, disposés à 120° assurent un bridage efficace de la pièce.

On cherche à déterminer l'effort de serrage de la pièce en B.



Vue de face



Vue suivant la direction F-F

Hypothèses :

- le plan $(C, \vec{x}, \vec{y})$ est plan de symétrie du mécanisme et de son chargement
- les poids propres de pièces sont considérés négligeables
- les liaisons sont parfaites (sans jeu et sans frottement)
- l'action mécanique exercée par le ressort (6) sur le renvoi (3) est modélisée par un glisseur $\overrightarrow{E_{6\to3}} = -E_{63}\,\vec{x}$.

Données numériques :

- $E_{63} = 20\ N$
- action de la vis sur le renvoi : $500\ N$
- Les coordonnées x_I, y_I et z_I des différents points I dans le repère $(C, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ sont : $A(6,35,0)$ $B(32,-5,0)$ $E(17,25,0)$ $D(50,-30,0)$

Question 1

Faire le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures au solide (3).

Indice :

Le renvoi (3) est soumis aux actions du ressort en E, du bâti en C, de la vis en A, et de la pièce à serrer en B.

Question 2

En traduisant les conditions d'équilibre du renvoi 3, obtenir la norme de l'effort de serrage en B.

Indice :

Une seule inconnue est à obtenir, donc une seule équation scalaire nous est vraiment nécessaire.

Le solide (3) est en équilibre car le serrage en B, l'action du ressort en E et l'action de la vis en A **"empêchent"** le renvoi **de tourner** autour du point C.

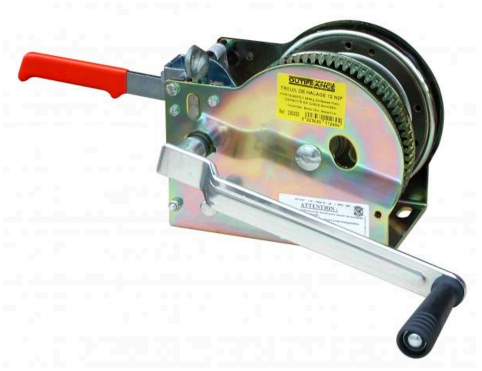
Les inconnues de liaison en C ne sont pas à déterminer.

Enfin, toutes les coordonnées des points sont données par rapport à C.

L'application du **Théorème du Moment Statique en** C (projeté sur $\vec{z}$, mais ici de toute façon seuls les moments suivant $\vec{z}$ sont pris en compte) est donc tout indiqué.

3. Exercice : Conditions d'équilibre exprimées dans le plan (avec frottement)

Frein de treuil manuel

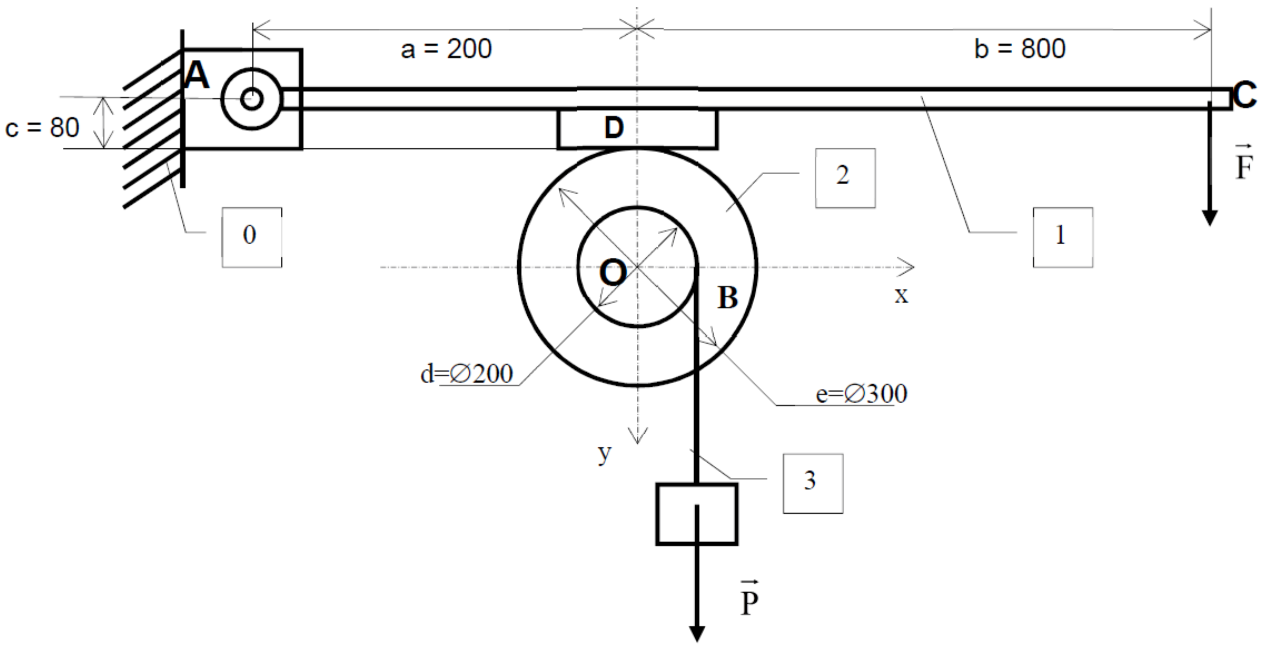


Un treuil chargé d'un poids $\vec{P}$ (de norme $500\ N$, appliqué au centre de gravité G de la masse suspendue) et son système de freinage sont représentés ci dessous.

Le levier (1) est en liaison pivot d'axe $(A, \vec{z})$ avec le bâti (0). Le tambour du treuil (2) est en liaison pivot d'axe $(O, \vec{z})$ avec le bâti (0), et en liaison ponctuelle de centre D et de normale $\vec{y}$ avec le levier (1).

Le câble étant tendu, on peut considérer la classe d'équivalence (3) regroupant la masse suspendue et le brin de câble tendu, en liaison rotule en B avec (2).

L'effort de serrage est modélisé par le glisseur $\vec{F} = F\,\vec{y}$ appliqué en C.



Hypothèses et valeurs numériques :

- toutes les liaisons sont considérées comme parfaites, sauf celle entre (1) et (2)
- on donne $f = 0.35$ le coefficient de frottement en D entre (1) et (2)
- le problème est supposé symétrique (géométrie et chargement) par rapport au plan $(\vec{x}, \vec{y})$.

Objectif :

Connaissant le poids de la charge suspendue, déterminer l'effort minimum de serrage en C, et ceci dans deux configurations d'enroulement différentes du câble.

Question 1

A la limite du glissement, déterminer F et les actions de contact en D et A.

Indice :

Les actions mécaniques à obtenir concernent le tambour (2) et le levier (1), mais dépendent de la charge $\vec{P}$. C'est la charge $\vec{P}$ qui est l'effort connu dans tout le problème.

Les isolements successifs à effectuer sont donc a priori {3}, {2} puis {1}.

Question 2

Le câble étant enroulé en sens inverse, déterminer ce que cela implique vis-à-vis de l'effort de serrage en C.

Indice :

On peut reprendre toute l'étude ou essayer de raisonner sur les modifications, notamment sur les moments d'actions mécaniques.